

Econometría de la desigualdad: de la persona promedio a la persona cuantil

Manuel Arellano
CEMFI

Universidad de Málaga
20 de mayo 2016

Introducción

- En esta conferencia presentaré una introducción a la regresión de cuantiles y tres aplicaciones empíricas de las técnicas de cuantiles a datos de panel.
- La regresión de cuantiles es una herramienta útil para el estudio de las distribuciones condicionales.
- La aplicación de técnicas de cuantiles a los datos de panel es interesante porque ofrece oportunidades para identificar modelos no lineales con heterogeneidad inobservable.
- También ofrece la oportunidad de considerar experimentos conceptuales más ricos que un tratamiento estático, tales como las respuestas dinámicas.

Introducción (continuación)

- La primera aplicación examina el efecto de la madurez de los niños en su rendimiento académico utilizando datos de alumnos y sus colegios.
- La segunda aplicación examina el efecto del consumo de tabaco durante el embarazo sobre el peso al nacer de los niños.
- La tercera aplicación examina la persistencia de los shocks a la renta permanente en un modelo de la incertidumbre sobre la renta futura de las familias.
- Las aplicaciones se basan en los resultados de investigaciones conjuntas:
 - Arellano y Weidner (2015)
 - Arellano y Bonhomme (2015)
 - Arellano, Blundell, y Bonhomme (2015).

Parte 1

Regresión de cuantiles

Función de cuantiles condicionales

- La econometría estudia relaciones entre variables que incluyen factores inobservables.
- Consideremos una relación empírica entre dos variables Y y X .
- Supongamos que X toma K valores diferentes x_1, x_2, \dots, x_K y que para cada uno de esos valores tenemos M_k observaciones de Y : y_{k1}, \dots, y_{kM_k} .
- Si la relación entre Y y X es exacta, los valores de Y para un valor dado de X serán todos iguales, de tal manera que podríamos escribir

$$Y = q(X).$$

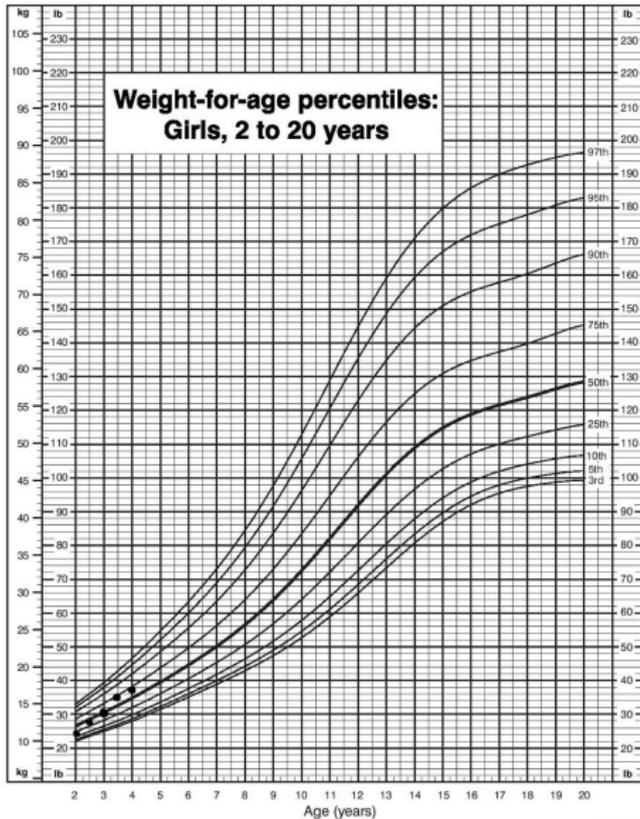
- No obstante, en general unidades con el mismo valor de X tendrán diferentes valores de Y .
- Supongamos que $y_{k1} \leq y_{k2} \leq \dots \leq y_{kM_k}$, con lo cual la fracción de observaciones menores o iguales a y_{km} es $u_{km} = m/M_k$.
- Podemos entonces decir que el valor de Y no sólo depende del valor de X sino también del rango u_{km} de la observación en la distribución de Y dado $X = x_k$.
- Generalizando el argumento:

$$Y = q(X, U)$$

Función de cuantiles condicionales (continuación)

- La distribución de los rangos U es siempre la misma con independencia del valor de X , de manera que X y U son estadísticamente independientes.
- Nótese también que $q(x, u)$ es una función creciente en u para cada valor de x .
- Un ejemplo es una tabla de crecimiento en la que Y es el peso corporal y X es la edad (Figura 1).
- En este ejemplo U es una variable inobservable que recoge los determinantes del peso corporal distintos de la edad, como la dieta o los genes.
- La función $q(x, u)$ se llama función de cuantiles condicionales.
- Contiene la misma información que la fda condicional (es su inversa), pero en forma de ecuación estadística para Y que se puede asociar con modelos económicos.
- $Y = q(X, U)$ no es más que una afirmación estadística: para $X = 15$ y $U = 0.5$, Y es el peso de la niña mediana de 15 años, pero susceptible de interpretación sustantiva.

CDC Growth Charts: United States



Función de cuantiles del modelo de regresión lineal normal

- Si la distribución de Y condicionada a X es el modelo de regresión lineal normal de la econometría elemental:

$$Y = \alpha + \beta X + V \text{ con } V | X \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2),$$

la variable U es el rango de V y es fácil comprobar que

$$q(x, u) = \alpha + \beta x + \sigma \Phi^{-1}(u)$$

donde $\Phi(\cdot)$ es la fda normal estándar.

- En este caso todos los cuantiles son lineales y paralelos, una situación que está en contradicción con el ejemplo de la tabla de crecimiento.

Regresión lineal de cuantiles (QR)

- El modelo lineal QR postula la dependencia lineal de X , pero permite que la constante y la pendiente sean distintas para cada cuantil $u \in (0, 1)$

$$q(x, u) = \alpha(u) + \beta(u)x \quad (1)$$

- En el modelo de regresión lineal normal $\beta(u) = \beta$ y $\alpha(u) = \alpha + \sigma\Phi^{-1}(u)$.
- En la regresión lineal se estima α y β minimizando la suma de cuadrados de los residuos $Y_i - a - bX_i$ ($i = 1, \dots, n$).
- En QR se estima $\alpha(u)$ y $\beta(u)$ para u fijo minimizando una suma de residuos absolutos en la que los residuos positivos son ponderados por u y los negativos por $1 - u$.
- La popularidad de QR lineal se debe a su simplicidad computacional: el cálculo de una QR es un problema de programación lineal (Koenker 2005).

Regresión lineal de cuantiles (continuación)

- Un uso de QR es como técnica para describir una distribución condicional. Por ejemplo, QR es una herramienta popular en los estudios de descomposición salarial.
- Sin embargo, una QR lineal también puede verse como un modelo semiparamétrico de coeficientes aleatorios con un factor inobservable:

$$Y_i = \alpha(U_i) + \beta(U_i) X_i$$

donde $U_i \sim \mathcal{U}(0, 1)$ independiente de X_i .

- Por ejemplo, este modelo determina el salario Y_i como función de los años de educación X_i y la habilidad U_i , siendo $\beta(U_i)$ el retorno de la educación para una persona con habilidad U_i .
- Se trata de un modelo que capta interacciones entre determinantes observables e inobservables.
- Como modelo para el análisis causal, QR lineal se enfrenta a retos similares a los de la regresión lineal ordinaria. A saber, linealidad, exogeneidad e invariancia del rango.
- A continuación comentamos estos aspectos.

QR flexible

- La linealidad es restrictiva. Además puede entrar en contradicción con el requisito de monotonidad de $q(x, u)$ en u para cada valor de x .
- Una manera de abordar la QR noparamétrica es utilizar métodos de series:

$$q(x, u) = \theta_0(u) + \theta_1(u)g_1(x) + \dots + \theta_P(u)g_P(x).$$

- Las g 's son funciones anónimas sin interpretación económica. Las magnitudes de interés son los efectos marginales y sus valores promedio.
- En la práctica se pueden utilizar polinomios ortogonales, wavelets o splines.
- Este tipo de especificación se puede ver como un modelo aproximado que se hace más preciso a medida que P crece, o simplemente como un modelo paramétrico flexible.
- Desde el punto de vista computacional el modelo sigue siendo una QR lineal, salvo que los regresores ahora son funciones de X en lugar de las propias X s.

Exogeneidad e invarianza de rango

- Para hablar de causalidad es conveniente limitarse a un tratamiento 0 – 1 binario X_i y utilizar la notación de resultados potenciales Y_{0i} e Y_{1i} .
- Sean U_{0i}, U_{1i} los rangos de Y_{0i}, Y_{1i} y $q_0(u), q_1(u)$ las funciones de cuantiles.
- Nótese que la unidad i puede tener rangos distintos en las distribuciones de Y_{0i}, Y_{1i} , por lo que $U_{0i} \neq U_{1i}$. El efecto causal para la unidad i es:

$$Y_{1i} - Y_{0i} = q_1(U_{1i}) - q_0(U_{0i}).$$

- Bajo exogeneidad X_i es independiente de (Y_{0i}, Y_{1i}) .
- La implicación es que la función de cuantiles de $Y_i | X_i = 0$ coincide con $q_0(u)$ y la de $Y_i | X_i = 1$ con $q_1(u)$, de tal manera que

$$\beta(u) = q_1(u) - q_0(u).$$

- Esta cantidad se llama efecto del tratamiento de cuantiles (QTE). En general, no es más que la diferencia entre los cuantiles de dos distribuciones diferentes.
- Sólo representará la ganancia o pérdida del tratamiento de un individuo concreto bajo la condición de invarianza de rango, esto es, que los rangos de Y_{0i}, Y_{1i} coincidan.
- Bajo invarianza de rango las ganancias del tratamiento pueden ser heterogéneas pero un sólo inobservable determina la variación en los dos resultados potenciales.
- A continuación introducimos endogeneidad en un modelo de cuantiles con invarianza de rango.

QR con variables instrumentales

- El modelo lineal de variables instrumentales (IV) de la econometría elemental es

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + V_i$$

donde X_i y V_i están correlacionadas, pero hay una variable instrumental Z_i que es independiente de V_i y predictor de X_i .

- Los resultados potenciales son de la forma $Y_{x,i} = \alpha + \beta x + V_i$ por lo que hay invarianza de rango.
- Si x es una variable binaria 0 – 1, $Y_{0,i} = \alpha + V_i$ y $Y_{1,i} = \alpha + \beta + V_i$.
- Una generalización a QR sujeta a invarianza de rango es

$$Y_{x,i} = q(x, U_i).$$

- Una versión QR lineal es

$$Y_{x,i} = \alpha(U_i) + \beta(U_i)x.$$

QR con variables instrumentales (continuación)

- Chernozhukov y Hansen (2006) proponen estimar $\alpha(u)$ y $\beta(u)$ explotando directamente la restricción de exclusión.
- En concreto, si escribimos el modelo en la forma

$$Y_i = \alpha(U_i) + \beta(U_i) X_i + \gamma(U_i) Z_i,$$

el supuesto es que Z_i sólo afecta Y_i a través de X_i por lo que $\gamma(u) = 0$ para todo u .

- Sea $\hat{\gamma}_u(b)$ la pendiente estimada en una regresión para el cuantil u de $(Y_i - bX_i)$ sobre Z_i y un término constante.
- La idea, que imita el funcionamiento de 2SLS, es escoger como estimación de $\beta(u)$ el valor de b que minimiza $|\hat{\gamma}_u(b)|$, por lo tanto imponiendo la restricción de exclusión.

Parte 2

QR con efectos fijos en paneles grandes

Fundamentos

- La herramienta más popular en el análisis de datos de panel es un modelo de regresión lineal con pendientes comunes y constantes distintas para cada individuo:

$$Y_{it} = \beta X_{it} + \alpha_i + V_{it} \quad (i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T),$$

en que $X_i = (X_{i1}, \dots, X_{iT})$ es independiente de V_{it} pero correlacionada con α_i .

- De esta manera se permite una forma especial de no-exogeneidad (endogeneidad de efectos fijos) y se introduce heterogeneidad y persistencia.
- El estimador de β es OLS incluyendo dummies de individuo, o lo que es lo mismo OLS de Y sobre X en desviaciones con respecto a medias individuales (intragrupos).
- Los datos pueden ser un panel genuino, en el que las unidades se siguen en el tiempo, o una estructura de grupo, en cuyo caso i denota grupos y T el tamaño del grupo.

QR con efectos fijos

- Una versión QR del modelo intragrupos especifica

$$Y_{it} = \beta(U_{it}) X_{it} + \alpha_j(U_{it})$$

donde $U_{it} \sim \mathcal{U}(0, 1)$ es independiente de X_i y $\alpha_j(\cdot)$.

- El término $\alpha_j(U_{it})$ se puede ver como una función de U_{it} y un vector W_j de efectos individuales inobservables de dimensión indeterminada: $\alpha_j(U_{it}) = r(W_j, U_{it})$.
- Así, el modelo permite múltiples características individuales que afectan de manera diferente a individuos con diferente rango de error U_{it} .
- Por ejemplo, puede haber una multiplicidad de características de colegio, algunas de las cuales sólo son determinantes relevantes del rendimiento académico de los alumnos más capaces, mientras que otras sólo lo son para los estudiantes de baja capacidad.
- En QR se estiman $\beta(u)$ y $\alpha_1(u), \dots, \alpha_N(u)$ para un valor dado de u .
- Las propiedades de estos estimadores son las de una QR estándar si T es grande en términos absolutos y en relación a N .
- Sin embargo, si T es pequeño, las estimaciones de $\beta(u)$ pueden estar sesgadas.
- La razón es excesivo ruido muestral por estimar demasiados parámetros para el tamaño de la muestra. Esta situación se conoce como problema de parámetros incidentales.

Tratamiento de los parámetros incidentales: enfoques para T pequeño y T grande

- En el modelo lineal estático, las estimaciones intragrupos no tienen sesgos de parámetros incidentales, pero en modelos no lineales los sesgos son la norma.
- Si T es muy pequeño la reacción es considerar modelos y estimadores que sean consistentes para T fijo y N grande.
- Un ejemplo es la segunda aplicación sobre el efecto del tabaco sobre el peso al nacer, que utiliza una muestra de $N = 12360$ mujeres con $T = 3$ hijos cada una.
- También hay paneles en los que T y T/N no son despreciables aunque N pueda ser mucho más grande que T .
- Un ejemplo son los datos de la primera aplicación que contienen $N = 389$ colegios con un promedio de $\bar{T} = 40$ alumnos por colegio.
- Un enfoque alternativo en esas situaciones es aproximar la distribución muestral del estimador de efectos fijos cuando T/N tiende a una constante.
- Si la función objetivo es diferenciable este enfoque sugiere correcciones de sesgo que se pueden implementar fácilmente por métodos analíticos o numéricos.

Reducción de sesgo en QR

- Las técnicas existentes no son aplicables a QR por la falta de suavidad de las condiciones de momentos muestrales de los modelos de cuantiles.
- Arellano y Weidner (2015) caracterizan el sesgo de parámetros incidentales de los estimadores de QR y de QR con variables instrumentales.
- Además obtienen condiciones de momentos que corrigen el sesgo de primer orden.

Interpretación del sesgo de parámetros incidentales en QR

- Utilizando una aproximación cuando $\beta(u)$ es casi constante, el sesgo se puede interpretar como el resultado de medir $\beta(u)$ en el cuantil equivocado $u + \Delta u$ y promediar $\beta(u)$ alrededor de dicho cuantil.
- La implicación es que el sesgo de parámetros incidentales tendería a promediar los efectos de distintos cuantiles y por tanto a reducir erróneamente la variación en $\beta(u)$.

El efecto de la madurez de los niños en su rendimiento académico

- Arellano y Weidner estudian el efecto de la edad sobre el rendimiento académico de los niños siguiendo a Bedard y Dhuey (2006).
- Bedard y Dhuey consideran varios países y alumnos de distintas edades. Su pregunta es si las diferencias de madurez en preescolar y primaria tienen efectos a largo plazo.
- Aquí sólo utilizamos los datos de Canadá para los alumnos de tercero y cuarto (de 9 años en 1995) del Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS).
- Hay 389 colegios con un promedio de 40 alumnos por colegio. Por tanto se trata de un pseudo panel de datos con estructura de grupo.
- La variable de resultado es la calificación de la prueba de matemáticas del alumno t en el colegio i normalizada con media 50 y desviación estándar 10.
- El regresor principal es la edad observada medida en meses.
- La edad es potencialmente endógena por los repetidores de curso y la escolarización temprana o tardía (no observable).

El efecto de la madurez de los niños (continuación)

- Siguiendo a Bedard y Dhuey usamos la edad relativa a la fecha de corte de los colegios como instrumento de la edad.
- La fecha de corte en Canadá es el 1 de enero. Así la edad relativa se define como $z = 0$ para los niños nacidos en diciembre y $z = 11$ para los nacidos en enero.
- Se trata de un instrumento con gran poder predictivo de la edad.
- Basta con que la edad relativa sea exógena condicional a los efectos de colegio, que por ejemplo capturarán diferencias en la distribución por edades entre colegios.
- El análisis de cuantiles es interesante porque los efectos de la edad pueden ser distintos para los estudiantes de bajo y alto rendimiento.
- El que la madurez y la habilidad académica sean sustitutos o complementos es una cuestión empírica que puede tener implicaciones para las políticas de los colegios.
- Controlar por efectos de colegio es importante. Si la composición de edad varía entre colegios, la edad sería endógena con respecto a los efectos fijos.

Tabla 1
 Efecto de la edad sobre la calificación mat. en 3^o y 4^o
 TIMSS canadiense 15549 alumnos $N = 394$ colegios

| OLS | IV | OLS+FE | IV+FE |
|---------|---------|---------|----------|
| 0.017 | 0.184 | -0.0332 | 0.178 |
| (0.010) | (0.026) | (0.009) | (0.0241) |

Errores estándar en paréntesis

IV: edad relativa instrumenta la edad observada

Controles: sexo, grado, rural, madre nativa, padre nativo
 ambos padres, calculador, ordenador, +100libros, tamaño h

std(Y)=10, i.e. un efecto de la edad de 0.18 supone
 un efecto de 1.8% dev st por mes o 22% dev st por año

- La Tabla 1 reproduce los resultados en Bedard y Dhuey (2006).
- Las estimaciones IV con y sin efectos fijos de colegios son muy parecidas, i.e. el instrumento parece incorrelacionado con los efectos de colegio.

Tabla 2
 Efecto de la edad sobre la calificación mat. en 3^o y 4^o
 cuantiles IV, sin efectos fijos

| $u = 0.1$ | $u = 0.3$ | $u = 0.5$ | $u = 0.7$ | $u = 0.9$ |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 0.14 | 0.16 | 0.18 | 0.24 | 0.19 |
| (0.01) | (0.01) | (0.01) | (0.07) | (0.03) |

IV: edad relativa instrumenta la edad observada
 Controles: sexo, grado, rural, madre nativa, padre nativo
 ambos padres, calculador, ordenador, +100libros, tamaño h

- Sin controlar por efectos fijos de colegio, se encuentra una diferencia significativa en los efectos de la edad entre cuantiles.
- Los efectos de la edad son crecientes.
- Los resultados de la Tabla 2 apuntarían a la madurez y la capacidad como complementos en la producción de calificaciones en los exámenes.

Tabla 3
 Efecto de la edad sobre la calificación mat. en 3^o y 4^o
 cuantiles IV con efectos fijos, sin corrección de sesgo

| $u = 0.1$ | $u = 0.3$ | $u = 0.5$ | $u = 0.7$ | $u = 0.9$ |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 0.18 | 0.15 | 0.18 | 0.19 | 0.16 |
| (0.05) | (0.03) | (0.03) | (0.04) | (0.04) |

IV: edad relativa instrumenta la edad observada
 Controles: sexo, grado, rural, madre nativa, padre nativo
 ambos padres, calculador, ordenador, +100libros, tamaño h

- Tabla 3: Una vez que se controla por efectos fijos, no encontramos diferencias significativas en los efectos de edad entre cuantiles.
- ¿Es esto así porque no hay realmente diferencias, o porque el sesgo de parámetros incidentales tiende a promediar los efectos a través de los cuantiles?

Tabla 4
Efecto de la edad sobre la calificación mat. en 3^o y 4^o
cuantiles IV con efectos fijos y corrección de sesgo

| $u = 0.1$ | $u = 0.3$ | $u = 0.5$ | $u = 0.7$ | $u = 0.9$ |
|--|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 0.21 | 0.15 | 0.18 | 0.18 | 0.09 |
| (0.05) | (0.03) | (0.04) | (0.04) | (0.05) |
| IV: edad relativa instrumenta la edad observada | | | | |
| Controles: sexo, grado, rural, madre nativa, padre nativo ambos padres, calculador, ordenador, +100libros, tamaño h | | | | |

- Tabla 4: Tras la corrección de sesgo los efectos de la edad son decrecientes en u .
- Parece que hay evidencia de que la madurez y la capacidad son sustitutos en el rendimiento académico.

Parte 3

QR con efectos aleatorios en paneles cortos

Reducción de la dimensionalidad de los efectos fijos

- La aplicación de QR con efectos fijos es sencilla ya que procede cuantil por cuantil permitiendo un efecto fijo diferente en cada cuantil.
- Sin embargo, en los paneles cortos el problema de parámetros incidentales es un reto.
- Por otra parte, a pesar del atractivo de ser agnóstico sobre el número de los factores de grupo, a veces cabe pensar que sólo un pequeño número de factores subyacentes juegan un papel.
- Que se utilice un modelo de cuantiles con un efecto individual diferente en cada cuantil o un modelo con un pequeño número de efectos no observados también tiene implicaciones para la identificación.
- Arellano y Bonhomme (2015) demuestran que un modelo QR con un efecto fijo escalar está identificado no parametricamente en datos de panel con $T = 3$ para una clase amplia de distribuciones.

Un modelo flexible de cuantiles con efectos aleatorios

- Arellano y Bonhomme se plantean la estimación de modelos de la forma:

$$Y_{it} = \beta(U_{it}) X_{it} + \gamma(U_{it}) \eta_i + \alpha(U_{it}) \quad (2)$$

donde $U_{it} \sim \mathcal{U}(0, 1)$ es independiente de X_i y η_i , pero X_i y η_i están correlacionados.

- El modelo (2) es un caso particular de una especificación de series que permite respuestas no lineales e interacciones entre X_{it} y η_i :

$$Y_{it} = \sum_{k=1}^{K_1} \theta_k(U_{it}) g_k(X_{it}, \eta_i) \quad (3)$$

- La dependencia entre η_i y X_i también se especifica con un modelo de cuantiles flexible:

$$\eta_i = \sum_{k=1}^{K_2} \delta_k(V_i) h_k(X_i) \quad (4)$$

donde V_i es una variable aleatoria uniforme independiente de U_{it} y X_{it} para todo t .

- Se trata de un enfoque de efectos aleatorios en el sentido de que el modelo especifica la dependencia entre η_i y X_i .
- Sin embargo, es más flexible que las alternativas existentes y se puede ver como una aproximación a la función de cuantiles condicionales a medida que aumenta K_2 .

Estimación basada en la simulación

Intuición básica del método de Arellano y Bonhomme

- Si η_i fuese observable, bastaría con calcular una QR ordinaria de Y_{it} sobre X_{it} y η_i .
- Pero como η_i no se observa, se obtienen M imputaciones $\eta_i^{(m)}$, $m = 1, \dots, M$ para cada individuo del panel. Llegados a este punto se calculan estimaciones mediante una QR promedio usando los valores imputados.
- Para que los valores imputados sean válidos han de ser realizaciones de la distribución de η_i condicionada en los datos, que a su vez depende de los parámetros a estimar (θ 's y δ 's en el modelo flexible).
- Por tanto, se trata de un enfoque iterativo.
- Se empieza con valores iniciales para una malla de cuantiles condicionales de Y_{it} y η_i , que permiten generar imputaciones de η_i , que a su vez se pueden utilizar para actualizar las estimaciones de los parámetros y así sucesivamente.
- Para resolver la complicación de que $\theta_k(u)$ y $\delta_k(v)$ son funciones, se utilizan aproximaciones basadas en la interpolación por splines.
- El método resultante es un algoritmo EM estocástico que utiliza QR en vez de máxima verosimilitud.

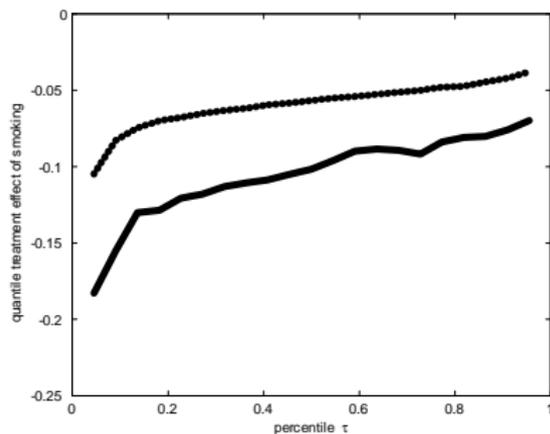
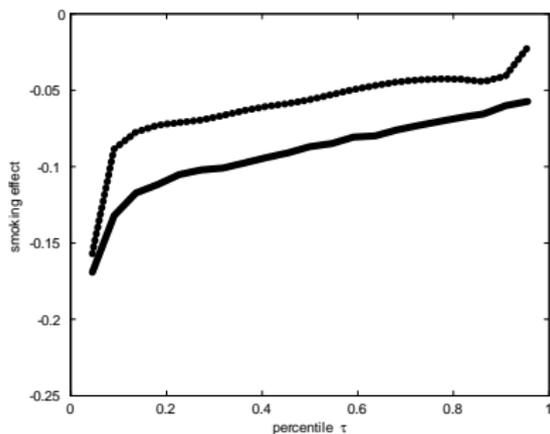
El efecto del tabaco sobre el peso al nacer

- Investigación sobre el efecto de los inputs maternos en los resultados del nacimiento. En este caso, el efecto de fumar durante el embarazo sobre el peso del niño al nacer.
- Abrevaya (2006) utiliza efectos fijos de madre para tener en cuenta la endogeneidad de fumar.
- En este caso utilizamos QR con efectos fijos para tener en cuenta tanto la heterogeneidad de las madres como la posible no linealidad de la relación.
- Utilizamos una submuestra de los datos de natalidad de EE.UU. usados por Abrevaya, que comprende 12360 mujeres con 3 hijos cada una. La variable dependiente es el logaritmo del peso al nacer.
- La principal variable explicativa es un indicador binario de fumar. La edad de la madre y el sexo del bebé se utilizan como controles adicionales.
- La estimación MCO del coeficiente de fumar es negativa: $-.095$. La estimación de efectos fijos también es negativa, pero dos veces más pequeña: $-.050$ (significativa).
- Por otra parte, una QR estándar sugiere que el efecto del consumo de tabaco es más negativo en los cuantiles más bajos del peso al nacer.
- Sin embargo, estos resultados podrían estar sujetos a un sesgo de endogeneidad, que puede variar a lo largo de la distribución.

El efecto del tabaco sobre el peso al nacer (continuación)

- El gráfico de la izquierda de la Figura 2 muestra las estimaciones del coeficiente de fumar en una QR ordinaria (línea continua), y en RE-QR (línea discontinua).
- El efecto de fumar se vuelve menos negativo al corregir la endogeneidad a través de la introducción de efectos fijos de madre.
- Al mismo tiempo, el efecto sigue siendo considerable, y aumenta a lo largo de la distribución.
- El gráfico de la derecha muestra el QTE de fumar como diferencia en el peso al nacer entre una muestra de mujeres que fuman y una muestra de no fumadoras, manteniendo constantes el resto de características (observadas X_i y no observadas η_i).
- Esta comparación ilustra el cálculo de distribuciones contrafactuales que tienen en cuenta la heterogeneidad inobservable.
- La línea continua muestra la diferencia empírica entre cuantiles incondicionales, mientras que la discontinua muestra el QTE que tiene en cuenta tanto observables como inobservables.
- Los resultados están en línea con los reportados en el gráfico de la izquierda.

Figura 2: Coeficiente de fumar QR y QTE (diferencia en resultados potenciales)

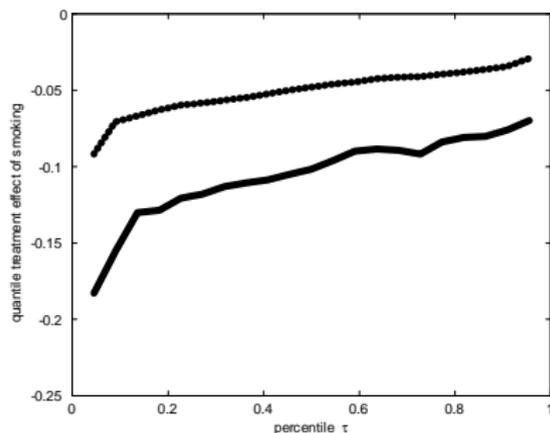
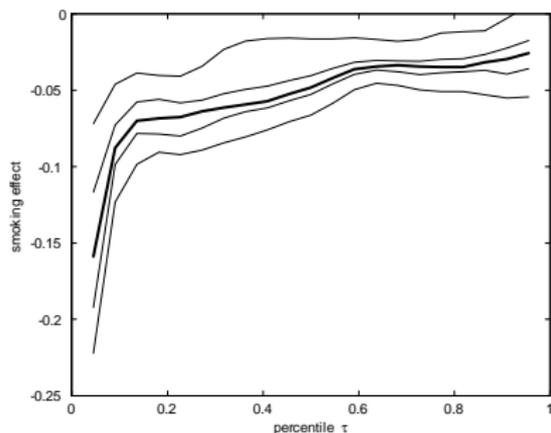


- Datos de Abrevaya (2006).
- Izquierda: La línea continua es el coeficiente de fumar QR; la discontinua es el coeficiente de fumar QR panel.
- Derecha: La línea continua es el QTE en bruto de fumar; la discontinua es la estimación basada en QR panel.

QR incluyendo la interacción de fumar con la heterogeneidad de madres y bebés

- Por último, veamos los resultados de un modelo de cuantiles que incluye todas las interacciones de primer orden entre las variables explicativas y el efecto fijo de madre.
- En este modelo el efecto de fumar es específico para cada cuantil y madre.
- Los resultados en el gráfico de la derecha de la Figura 3 muestran el QTE incondicional. Los resultados son similares a los obtenidos para la especificación lineal.
- Sin embargo, en el gráfico de la izquierda vemos una heterogeneidad sustancial de una madre a otra en el efecto de fumar por cuantiles condicionales.
- Para algunas madres fumar es muy perjudicial para el peso al nacer de los niños, mientras que para otras el efecto, aunque siempre negativo, es mucho más pequeño.

Figura 3: Efectos de fumar por cuantiles y QTE (especificación con interacciones)



- Datos de Abrevaya (2006).
- Izquierda: Las líneas representan los percentiles .05, .25, .50, .75, .95 del efecto de fumar heterogéneo entre las madres, en varios percentiles u .
- Derecha: La línea continua es el QTE en bruto de fumar; la discontinua es la estimación basada en QR panel con interacciones.

Parte 4

Modelos de cuantiles dinámicos

Modelos autorregresivos y variables predeterminadas

- El enfoque de Arellano-Bonhomme incluye modelos autorregresivos dinámicos y modelos con variables generales predeterminadas de la forma:

$$Y_{it} = Q_Y (Y_{i,t-1}, X_{it}, \eta_i, U_{it})$$

- Si las X s son exógenas en sentido estricto, el modelo de cuantiles para el efecto individual es como antes salvo por la inclusión de la variable dependiente inicial:

$$\eta_i = Q_\eta (Y_{i1}, X_i, V_i)$$

- En el caso de variables predeterminadas generales el modelo es incompleto.
- Para completar la especificación se supone un proceso de feedback de Markov:

$$X_{it} = Q_X (Y_{i,t-1}, X_{i,t-1}, \eta_i, A_{it})$$

y el modelo de cuantiles de los efectos se condiciona sólo en los valores iniciales:

$$\eta_i = Q_\eta (Y_{i1}, X_{i1}, V_i)$$

Modelos con variables latentes que varían en el tiempo

- El marco también se extiende a modelos con variables inobservables que varían en el tiempo, como el siguiente modelo con componentes permanente y transitorio:

$$Y_{it} = \eta_{it} + V_{it} \quad (5)$$

$$\eta_{it} = Q_Y(\eta_{i,t-1}, U_{it}) \quad (6)$$

donde V_{it} y U_{it} son i.i.d.

- Arellano, Blundell y Bonhomme (2014) utilizan un enfoque de cuantiles para documentar las relaciones no lineales entre los shocks de ingresos a los hogares y el consumo en el ciclo vital.
- Estiman el modelo (5)-(6) utilizando datos de renta laboral de las familias en el PSID de EE.UU. los años 1998–2008.

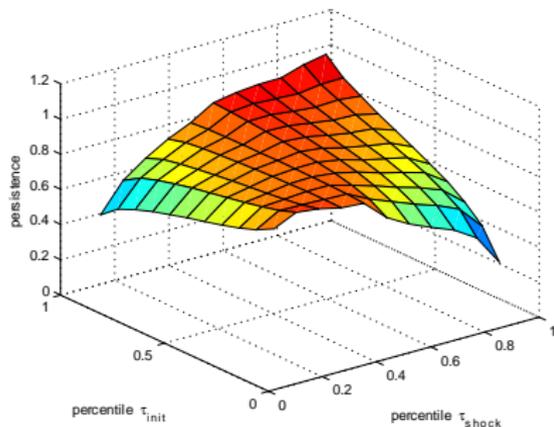
Persistencia de los shocks a la renta permanente

- En la Figura 4 se puede ver evidencia de no linealidad en la persistencia de los ingresos.
- El gráfico presenta estimaciones de la derivada promedio de la función de cuantiles condicionales de los ingresos con respecto al ingreso retardado.
- Los gráficos muestran gran similitud en los patrones no lineales de los ingresos de las familias en los datos de la encuesta PSID y los del registro de la población de Noruega.
- También muestran una clara diferencia en el impacto de los shocks pasados según el percentil del shock y el percentil de la renta pasada.
- Una gran shock positivo para una familia de ingresos bajos o un gran shock negativo para una familia de ingresos altos reduce la persistencia de los shocks acumulados.

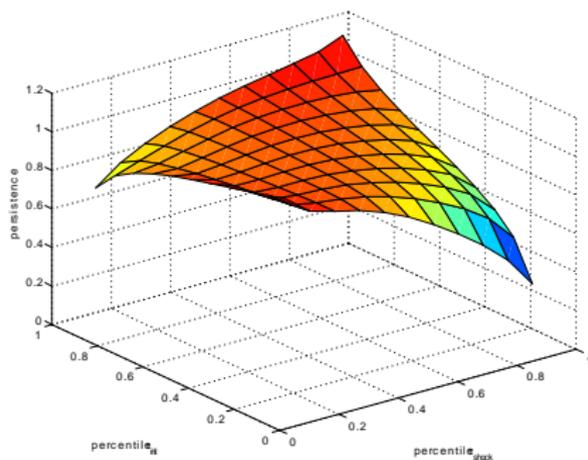
Figura 4: Cuantiles autorregresivos del logaritmo de la renta

$$\frac{\partial Q_{y_t|y_{t-1}}(y_{i,t-1}, \tau)}{\partial y}$$

datos PSID



datos administrativos noruegos



Nota: Residuos de las rentas laborales de las familias antes de impuestos; edad 35-65 1999-2009 (EE.UU.); edad 25-60 2005-2006 (Noruega). Estimaciones de la derivada promedio de la función de cuantiles condicionales de y_{it} dado $y_{i,t-1}$ con respecto a $y_{i,t-1}$.

Persistencia de los shocks a la renta permanente (continuación)

- Arellano, Blundell y Bonhomme encuentran que en el rango central de la distribución, la persistencia de $\eta_{i,t-1}$ es constante y próxima a la unidad, por lo que el modelo de raíz unitaria sería una descripción aceptable para esta parte de la distribución.
- Sin embargo, un shock muy negativo reduce la persistencia de una "historia positiva" (un nivel positivo de η pasado), pero preserva la persistencia de una historia negativa.
- En el otro extremo, un shock muy positivo reduce la persistencia de una historia negativa, pero conserva la persistencia de una buena historia.
- Estos resultados sugieren una visión más rica de la persistencia, lejos de la dicotomía convencional entre la raíz unitaria y la reversión a la media, y ayudan a explicar el comportamiento del consumo de los hogares.